ÍNDICE

DESAFIOS	13
1. OS CAMPEÕES INVICTOS	15
2. O NÚMERO DE ÁRBITROS	16
3. OS DOIS AVANÇADOS	17
4. CAN-2013	18
5. A SELEÇÃO PORTUGUESA NO EURO-2012	19
6. A VENDA DE DOIS JOGADORES	20
7. QUATRO JOGADORES DO REAL MADRID	21
8. O JOGO DE FUTSAL	22
9. LIMPEZAS NO ESTÁDIO	23
10. O SALÁRIO DA EQUIPA TÉCNICA	24
11. OS NOVOS EQUIPAMENTOS	25
12. OS REFORÇOS DO PRESIDENTE	26
13. EMPRÉSTIMO PARA A CONSTRUÇÃO DO ESTÁDIO	27
14. O TERCEIRO CLASSIFICADO	28
15. O GOLEADOR JARDEL	29
16. BOLAS EM PROMOÇÃO	30
17. OS QUATRO QUATROS	31
18. O PRÉMIO DE JOGO	33
19. A COLEÇÃO DE CROMOS	34

20. O TORNEIO COM CINCO CLUBES 35

21. OS DOIS JOGADORES 36

22. O ENIGMA DA LUA 37

23. O CAFÉ ENTORNADO 38

24. O CAFÉ ENTORNADO E A GRALHA DO JORNAL 39

25. UM NOVO SISTEMA DE PONTUAÇÃO 40

26. O CAMPEONATO 41

27. A EQUIPA ATRASADA 42

28. CAN-2000 43

29. MAIS JOGOS DE FUTSAL 44

30. O TORNEIO DOS CAMPEÕES PORTUGUESES 45

31. OS CINCO CINCOS 46

32. OS MELHORES MARCADORES DA SELEÇÃO 47

33. A VITÓRIA EXCECIONAL 48

34. CIRCULUS *VS.* OCTOGUNUS 49

35. AS DUAS COMPRAS POR 50 MILHÕES 51

36. O RELVADO HEXAGONAL 52

37. CARA OU COROA 53

38. AS TRÊS ESTAÇÕES DE METRO 54

39. O ENIGMA DAS BANDEIRAS 55

40. OS MARCADORES DE GOLOS 56

41. OS GOLOS DOS DOIS AVANÇADOS 57

42. O ESTÁGIO DE PRÉ-ÉPOCA 58

43. A VENDA DE JOGADORES 59

44. A APOSTA DESPORTIVA 60

45. UM ERRO LINGUÍSTICO QUE PERDURA 61

46. A TAÇA DE PORTUGAL 63

47. A SEQUÊNCIA DE GOLOS 64

48. A VIAGEM DO AUTOCARRO 65

49. O PROFESSOR DE MATEMÁTICA 66

50. O FIM DE TUDO 67

SOLUÇÕES 69

A situação é matemática
e há a problemática
que é a arte de lidar bem o problema.

Jorge Palma (*Dilema*)

O texto que se apresenta a seguir é composto por cinquenta enigmas matemáticos, todos relacionados com futebol. A escolha desta temática deveu-se ao facto de o interesse pelo futebol ser quase universal na nossa sociedade, principalmente entre os mais jovens, que tantas vezes veem na Matemática um «bicho de sete cabeças». Pretendeu-se assim captar algum interesse para a Matemática através de enunciados que fossem interessantes e, sempre que possível, realistas e verosímeis.

Para o livro ser acessível a todos, a nossa escolha recaiu na adaptação de alguns enigmas matemáticos ao futebol em diversas vertentes – alguns são verdadeiros clássicos que ao longo do tempo têm sido apresentados com diferentes roupagens. Acrescentaram-se ainda alguns originais e o resultado final é o que se apresenta nas páginas que se seguem. Os enunciados dos desafios são acessíveis a uma vasta gama de leitores, embora a resolução de alguns (muito poucos) possa exigir mais conhecimentos matemáticos. Estes últimos mantiveram-se para ilustrar como, em certos casos, para a resolução de problemas bastante simples pode ser necessária Matemática mais avançada.

Os autores agradecem a Conceição Silva pela leitura atenta e pelos comentários feitos durante a escrita deste livro.

Agradecem também à Federação Portuguesa de Futebol e à Sociedade Portuguesa de Matemática por todo o apoio e o entusiasmo que demonstraram na publicação deste livro.

Boa leitura!

Desafios

1. OS CAMPEÕES INVICTOS

Numa competição tão longa como um Campeonato Nacional de futebol, são poucas as ocasiões em que o campeão termina a prova sem qualquer derrota. Em Portugal, até ao ano de 2015, essa situação ocorreu apenas três vezes:

– Em 1972-73, o Benfica, treinado por Jimmy Hagan, fez 58 pontos;
– Em 2010-11, o FC Porto, de André Villas-Boas, fez 84 pontos;
– Em 2012-13, o FC Porto, orientado por Vítor Pereira, fez 78 pontos.

Relembre-se que o atual sistema de pontuação (3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e 0 pontos por derrota) apenas foi introduzido na época 1995-96 (anteriormente, a vitória valia apenas 2 pontos).

Sabendo que os três campeões acima referidos disputaram campeonatos com 16 clubes, quantas vitórias e quantos empates tiveram cada um deles?

Nota: o Benfica de 1977-78 também não sofreu qualquer derrota (21 vitórias e 9 empates), mas ficou em segundo lugar, atrás do FC Porto (22 vitórias, 7 empates e 1 derrota). Apesar de terem terminado com a mesma pontuação, 51 pontos, o FC Porto foi campeão por ter tido uma melhor diferença de golos (81 marcados e 21 sofridos contra 56 marcados e 11 sofridos pelo Benfica).



2. O NÚMERO DE ÁRBITROS

O futebol profissional de um determinado país encontra-se dividido em duas divisões: a 1.ª Divisão e a 2.ª Divisão. Cada jogo da 1.ª Divisão é arbitrado por 5 elementos (1 árbitro principal, 2 árbitros auxiliares e 2 árbitros de baliza), enquanto os da 2.ª Divisão são dirigidos por apenas 3 (não existem árbitros de baliza).

Sabendo que em cada fim de semana se realizam 19 jogos (uma jornada completa de cada uma das divisões), nos quais participam 71 árbitros (cada árbitro apenas participa num único jogo), quantos clubes tem cada uma das divisões deste país?



3. OS DOIS AVANÇADOS[1]

Na última época, os jogadores Pitagoric e Arquimedic, avançados de uma mesma equipa de futebol, marcaram, em conjunto, 30 golos. Pitagoric foi contratado pelo clube por 3 milhões de euros, enquanto Arquimedic custou apenas 2,1 milhões. Numa recente notícia de jornal, podia ler-se o seguinte:

> Cada golo de Pitagoric
> custou mais 37,5 mil euros
> do que cada golo de Arquimedic

Sabendo que nesta notícia apenas se está a ter em conta o preço que o clube pagou por cada um dos passes dos jogadores, quantos golos marcou cada um deles na última época?



[1] Adaptado de Loyd, *Os Enigmas de Sam Loyd*, pág. 13.

4. CAN-2013

A Taça das Nações Africanas (conhecida pela sigla CAN, do francês *Coupe d'Afrique des Nations*) de futebol de 2013 disputou-se na África do Sul.

A classificação do Grupo A (GM – golos marcados; GS – golos sofridos) foi a seguinte:

Grupo A	**GM**	**GS**	**Pontos**
1. África do Sul	4	2	5
2. Cabo Verde	3	2	5
3. Marrocos	3	3	3
4. Angola	1	4	1

Sabendo que a África do Sul apenas sofreu golos num jogo, qual o resultado dos seis jogos disputados neste grupo? (Recorde-se que cada equipa defrontou as restantes uma única vez.)

Curiosamente, a classificação do Grupo C desta competição foi semelhante à do Grupo A:

Grupo C	**GM**	**GS**	**Pontos**
1. Burquina Faso	5	1	5
2. Nigéria	4	2	5
3. Zâmbia	2	2	3
4. Etiópia	1	7	1

Sabendo que os dois primeiros classificados empataram a uma bola, qual o resultado dos restantes jogos disputados neste grupo?

5. A SELEÇÃO PORTUGUESA NO EURO-2012

A seleção portuguesa de futebol participou no Europeu de 2012, realizado na Polónia e na Ucrânia. O selecionador Paulo Bento convocou 23 jogadores para essa prova. Num jornal desportivo, constavam as seguintes informações a propósito desta convocatória:

> 56,5% dos escolhidos por Paulo Bento jogam fora de Portugal

> 70% dos jogadores mais inexperientes[2] da Seleção jogam em Portugal

Quantos jogadores convocados por Paulo Bento jogam em clubes estrangeiros? E quantos são inexperientes?[2]



[2] Consideravam-se inexperientes os jogadores que, à data da realização do torneio, tinham menos de 20 internacionalizações.

6. A VENDA DE DOIS JOGADORES[3]

Um determinado clube vendeu esta época dois jogadores por um total de 110 milhões de euros. Um deles é um goleador muito conceituado, enquanto o outro ainda é um jovem promissor. Sabendo que o atleta mais valioso custou mais 100 milhões do que o outro, quanto custou cada um deles?



[3] Adaptado de Pinto, *Matemática & Comboios*, pág. 45.

7. QUATRO JOGADORES DO REAL MADRID[4]

No verão de 2011, Pepe poderia ter dito o seguinte ao seu colega Di Maria:
– *O tempo que levo de Real Madrid é quatro vezes superior ao teu.*
Já no verão de 2013, Pepe apenas poderia dizer:
– *O tempo que levo de Real Madrid é o dobro do teu.*

No verão de 2012, Cristiano Ronaldo poderia ter dito o seguinte ao seu colega Fábio Coentrão:
– *O tempo que levo de Real Madrid é o triplo do teu.*
Já no verão de 2013, Cristiano Ronaldo apenas poderia dizer:
– *O tempo que levo de Real Madrid é o dobro do teu.*

Sabendo que todas as afirmações acima seriam verdadeiras, quando ingressou cada um destes quatro jogadores no Real Madrid?



[4] Adaptado de Perelman, *Experiências e Problemas Recreativos*, pág. 12.

8. O JOGO DE FUTSAL[5]

Um grupo de amigos decidiu assistir a um jogo de futsal no pavilhão da sua cidade. No total, pagaram 48 euros pelos bilhetes de ingresso. O grupo decidiu que cada elemento pagaria o seu bilhete, mas dois tinham-se esquecido da carteira em casa e, por esse motivo, cada um dos restantes amigos teve de pagar mais 80 cêntimos.

Quantos amigos foram ver o jogo? Quanto custou um bilhete para assistir ao jogo?



[5] Adaptado de Pinto, *Matemática & Comboios*, pág. 50.