# ÍNDICE


INTRODUÇÃO 11

ERA UMA VEZ… 13

I. NÚMEROS NATURAIS 15

II. FRAÇÕES 23

III. SEQUÊNCIAS E REGULARIDADES. EXPRESSÕES ALGÉBRICAS. 31

IV. FIGURAS NO PLANO 45

V. FIGURAS NO ESPAÇO 61

VI. DADOS E PROBABILIDADES 71

ANEXO: O FUTEBOL DE OUTROS TEMPOS 85

REFERÊNCIAS 93

SOLUÇÕES 95

*«Mas mal uma bola pincha*
*O sol brilha-me no rosto*
*Atrás dela um compincha*
*Cada um logo ao seu posto.»*

Cabeças no Ar
(*A Corrente do Jogo*)

# Introdução

A capacidade de decisão no âmbito da gestão, a nível pessoal ou social, requer que todos tenhamos um nível de literacia consistente, capaz de nos permitir uma participação consciente na vida económica. Para tal, é necessário promover o conhecimento e a compreensão de conceitos e riscos, mas também as aptidões e as motivações para utilizar tal conhecimento e com ele tomar decisões eficazes. Estas são algumas das finalidades em educação, quer por parte dos especialistas quer por parte dos responsáveis pela elaboração dos documentos curriculares e programáticos, especificamente no que respeita à promoção da literacia (por exemplo, a financeira) dos nossos alunos.

Em linha com estas finalidades educativas, melhorar e promover a literacia matemática são objetivos muito pertinentes, de modo a preparar as novas gerações para uma cidadania informada e para uma participação ativa na comunidade. O raciocínio lógico-dedutivo (saber pensar; prever a solução; aplicar a imaginação e a criatividade a novas situações…) é uma competência decisiva, não só para quem estuda Matemática em ambiente escolar, mas também para a vida adulta dos nossos alunos. Não será exagero recordar que conceitos matemáticos estão, atualmente, direta ou indiretamente, inseridos no trabalho diário de quase todos os profissionais, pelo que a literacia matemática se assume como um dos pilares essenciais para uma inclusão plena na sociedade. É neste contexto de constante mudança que se pretende que «o jovem, à saída da escolaridade obrigatória, seja um cidadão: munido de múltiplas literacias que lhe permitam analisar e questionar criticamente a realidade, avaliar e selecionar a informação, formular hipóteses e tomar decisões fundamentadas no seu dia a dia» (DGE, 2017, p. 15).

Havendo vários caminhos para uma mesma finalidade, no contexto das múltiplas literacias a desenvolver nos alunos, desempenham papel preponderante as metodologias ativas e participativas que permitem aprender sobre o problema que se pretende estudar. «Estuda-se a problemática (…) através de uma ação investigadora e de intervenção», fazendo da aprendizagem «uma atividade de pesquisa» (Leite & Santos, 2004, p. 22). A abordagem interdisciplinar constitui um contexto adequado e propício para desenvolver capacidades diversas nos alunos: pesquisa, relação, análise, domínio de técnicas de exposição e argumentação, trabalho de forma colaborativa e com autonomia.

Na senda da concretização destas finalidades, mas de uma forma apelativa e articulada com o dia a dia e com as vivências dos alunos, tais conceitos serão explorados neste livro, ligando-os e enquadrando-os em situações relacionadas com o futebol, área familiar para a maior parte da população portuguesa. *Não Fiques Fora de Jogo na Matemática*, inserido na coleção *Livros FPF* e na

sequência do *Vamos Marcar Um Golo na Matemática?,* surge alinhado com as novas aprendizagens de Matemática do 2.º ciclo, e inclui um conjunto de exercícios relacionados com conteúdos programáticos do 6.º ano de escolaridade. Dos conteúdos, constam os números naturais, as frações, as sequências e regularidades, figuras no plano e no espaço, bem como dados e probabilidades.

Este segundo volume poderá servir de suporte e de guia para uma requalificação do ensino da Matemática, ajudando a desenvolver práticas pedagógico-didáticas mais inovadoras e conducentes ao desenvolvimento de competências nos alunos, de modo que a escola cumpra a missão de formar cidadãos cientificamente cultos, capazes de compreender e de atuar, eficazmente, no mundo que os rodeia.

Aqui se dirige, a todos os que desejem fazer do ensino da Matemática uma experiência apelativa, marcada pelo rigor e pela excelência, o convite para que utilizem as diferentes atividades desta obra.

Desejamos a todos bom trabalho e muita diversão com estes *problemas* do futebol!

Os autores,
Hélder Pinto, Ângelo Silva, Celestino Magalhães e Alcina Figueiroa.

# Era uma vez...

… uma pequena cidade chamada Vale Verde, na qual o futebol sempre fora uma paixão. Por lá, um grupo de amigos reunia-se diariamente num terreno baldio para jogar uma partida. As ruas estreitas e as casas coloridas tornavam o cenário perfeito para uma animada competição.



Porém, à medida que o tempo passava, o grupo de amigos sonhava com algo maior, imaginando um lugar onde pudessem dedicar-se, totalmente, ao desporto que amavam e compartilhar a paixão. A ideia de criar um clube de futebol tomava-lhes forma nos pensamentos.

Determinados, os jovens começaram a planear a criação do clube. Sabiam que não seria uma tarefa fácil, mas estavam dispostos a enfrentar qualquer desafio que lhes surgisse no caminho.

Reuniram-se, numa tarde de sol, num banco no parque da cidade. Cada um expôs as ideias que tinha para o clube. Alguns sonhavam com um estádio cheio de adeptos apaixonados; outros, com um clube forte e competitivo, capaz de enfrentar os melhores adversários da região.



Com esses sonhos e ambições fervilhando nos corações, começaram a traçar um plano. Precisariam de arranjar patrocínios, de encontrar campos para treinar e para jogar, de escolher um nome e um uniforme para o clube. Havia muito a fazer.

Uma nova página estava prestes a ser escrita na história do desporto naquela cidade. Os dias seguintes seriam repletos de trabalho, dedicação e emoção. O destino do clube e dos seus fundadores seria moldado pelos desafios que estavam por vir. A jornada estava apenas a começar, mas aqueles jovens sabiam que tinham potencial para criar algo especial. Juntos, estavam prontos para conquistar vitórias e para unir uma comunidade inteira em torno do amor pelo futebol.

Decidiram, então, dividir tarefas, para rapidamente porem de pé o clube.

E, assim, nasceu o Clube de Futebol de Vale Verde!

# I. Números naturais

Os números naturais são números inteiros não negativos que se agrupam num conjunto, designado por ℕ, cuja função é contar e ordenar: Quantos anos tens? Qual o teu número de telemóvel? Qual o número da porta da tua casa? Qual o recorde de pontos no teu jogo eletrónico favorito?

O próprio futebol, de que tanto gostas, está cheio de números, a começar pelas camisolas dos jogadores; mas existem outros: quantos minutos dura um jogo? Quantos campeonatos já ganhou o teu clube? Quantos jogadores vão ser convocados por Portugal para o Campeonato da Europa? Quantos golos marcou esta época o teu jogador favorito?

O clube de Vale Verde, que agora começa a atividade, também não escapa aos números naturais…

Vejamos:

1. A primeira tarefa do Vale Verde foi a aquisição de equipamento, tarefa que ficou sob a responsabilidade do Tomás. Como ele vira uma reportagem sobre a seleção da Roménia, na qual os números das camisolas dos jogadores tinham sido representados por operações aritméticas, decidiu inspirar-se e propôs aos amigos que as camisolas dos treinos tivessem a seguinte representação:

   1, 2, 3, 2×2, 5, 2×3…

   Tenta seguir a ideia do Tomás:

   1.1. Sabendo que serão precisas 18 camisolas, qual será a sequência?
   1.2. Como se designa a decomposição realizada pelo Tomás?
   1.3. Quais as camisolas:

      1.3.1. que representam números pares?
      1.3.2. que representam múltiplos de 5?
      1.3.3. divisíveis por 6? Que estratégia seguirias para responder rapidamente?
      1.3.4. cuja representação corresponde a um número primo?

   1.4. Na decomposição em fatores primos, qual o número primo mais encontrado nas 18 camisolas?

2. Na realidade, e prevendo o futuro, cada camisola deverá ser personalizada com um número entre 1 e 80. Se houver 18 jogadores, será possível escolher os números das camisolas de tal forma que todos os números das 18 camisolas dos jogadores:

   2.1. sejam múltiplos de 3?
   2.2. sejam números primos?
   2.3. sejam múltiplos de 3 ou múltiplos de 2?




3. Antes de comprar a roupa nova, e tendo em conta que a primeira equipa de futebol terá 18 jogadores, o Tomás recolheu diversos equipamentos usados junto de clubes e da junta de freguesia, para poderem iniciar os treinos. As pessoas foram atenciosas e ofereceram 90 pares de meias, 120 camisolas e 60 calções. De seguida, o Tomás quis criar conjuntos com pelos menos uma camisola, um par de meias e um calção, sem que sobrasse qualquer peça de vestuário.

   Como o Tomás estava com dificuldades na resolução do problema, a Inês tentou ajudar no raciocínio. Perguntou ao Tomás se conseguiria dividir os números 90, 120 e 60 por um mesmo número. Ele respondeu que sim e que as soluções eram diversas. A Inês perguntou, então, qual deveria ser a resposta para formar o maior número possível de conjuntos.

   3.1. O Tomás reparou que a resposta à questão anterior é o maior dos números encontrados e que todos os outros eram divisores. Será que o Tomás tem razão?
   3.2. Na realidade o Tomás poderia ter calculado o…
   3.3. Como poderia, então, ter resolvido a questão? Mostra os cálculos que efetuaste.



4. Entretanto, o Tomás solicitou a três empresas orçamentos para a confeção dos equipamentos (calção, camisola e dois pares de meias) que o clube irá utilizar.

**Orçamento da 1.ª empresa**:
Valor base para 12 equipamentos: 360 €
Por cada par de meias, acrescentar 8 €
Por cada camisola, acrescentar 10 €; por cada calção, 10 €

**Orçamento da 2.ª empresa**:
Valor base para 12 equipamentos: 300 €
Por cada par de meias, acrescentar 10 €
Por cada camisola, acrescentar 10 €; por cada calção, 15 €

**Orçamento da 3.ª empresa**:
Valor base para 12 equipamentos: 280 €
Por cada 5 equipamentos extras (camisola, dois pares de meias e calção), acrescentar 120 €

Considerando cada um dos orçamentos, tenta descobrir:

4.1. Quantos pares de meias a equipa precisa de comprar para atender a todos os 18 jogadores, sabendo que cada atleta receberá dois pares de meias?
4.2. Quantas camisolas e quantos calções deve a equipa comprar se cada jogador precisa de uma camisola, um par de calções e dois pares de meias?
4.3. Qual será o custo total dos equipamentos se o clube comprar todas as meias, camisolas e calções necessários?
4.4. Qual a empresa com o orçamento mais vantajoso?
4.5. Quanto economizará o clube na compra de 18 equipamentos, supondo que decide adquirir apenas um par de meias por jogador?



5. Enquanto o Tomás se dedicava à compra dos equipamentos, o Pedro ficou encarregado de fazer captações para as camadas jovens. Com grande espanto, mas satisfação, apareceram 35 jovens durante a captação.

   Dado que era preciso comprar bolas, a loja de equipamentos desportivos da cidade prontificou-se a patrocinar. As bolas eram vendidas na loja, em conjuntos de três tipos.

   Bolas do tipo 1 – 10 € cada (conjunto de 3)
   Bolas do tipo 2 – 12 € cada (conjunto de 4)
   Bola do tipo 3 – 15 € cada (conjunto de 5).

   Cada conjunto de bolas era constituído por bolas do mesmo tipo. A loja ofereceu 4 conjuntos de cada.





   5.1. Quanto custava cada conjunto?
   5.2. Quanto poupou o clube, no total, dado que todas as bolas foram oferecidas?
   5.3. Quantas bolas recebeu o clube no total?

6. A Junta de Freguesia de Vale Verde disponibilizou três campos para os treinos das camadas jovens. Para garantir uma boa manutenção dos relvados, informou que estes teriam de ser regados regularmente. O primeiro campo precisaria de ser regado a cada 6 dias; o segundo, a cada 8 dias; o terceiro, a cada 10 dias.

   6.1. Se o clube desejar sincronizar os treinos para que todos ocorram no mesmo dia, qual é o m. m. c. dos intervalos de rega dos três campos?
   6.2. No primeiro dia de treinos, os 35 atletas da formação foram divididos em grupos, tendo sido por estes distribuídas as 60 bolas que receberam. Quantos grupos foram criados neste dia para que tenham recebido o mesmo número de bolas; e quantas bolas receberam?



7. Os primeiros treinos de futebol foram organizados com a criação de três turmas: A, B e C. Todos os treinos teriam início no mesmo dia. Contudo, os jovens da turma A treinarão a cada quatro dias; os da Turma B, a cada três dias; os da C, a cada seis dias.

   Dentro de quantos dias irão as três turmas voltar a encontrar-se no treino?

8. Durante a captação, o Pedro reparou que a pequena Marta era uma goleadora talentosa. No primeiro treino, ela marcou um golo, mas nos três seguintes marcou sempre o dobro dos golos que marcara no treino anterior.

   8.1. Quantos golos marcou a Marta no quarto treino? (Apresenta o resultado sob a forma de uma potência.)
   8.2. Quantos golos marcou no total dos quatro treinos?



9. Durante os primeiros quatro primeiros treinos de captação, a Inês estava a ajudar o Pedro e ficou encarregada de entregar um folheto de divulgação a cada pessoa que observava a sessão.

   Ela reparou que, a cada treino que passava, o número de espectadores aumentava em 50 %. Estava tão feliz!

   9.1. Sabendo que no primeiro treino estavam oito pessoas a observar na bancada, quantas apareceram no terceiro treino?
   9.2. Quantas pessoas apareceram no total dos quatro treinos?



10. Durante as visitas às lojas da terra em busca de patrocínios, o Pedro recebeu de alguns estabelecimentos bens alimentares, em vez de dinheiro.

De uma das lojas recebeu 60 maçãs, 40 peras e 35 bananas. De outra recebeu 180 rebuçados, 24 chocolates e 32 chupa-chupas.

10.1. O Pedro decidiu ensacar a fruta, para a distribuir pelas crianças. Qual é o maior número possível de sacos que consegue fazer, sabendo que todos os sacos têm de ter o mesmo número de frutas?

10.2. De seguida, decidiu colocar nos mesmos sacos os doces oferecidos pelas lojas. Conseguiu ser justo? Sobrou alguma coisa?

11. Após a captação, e graças aos panfletos distribuídos, o Pedro conseguiu que mais 32 rapazes e 25 raparigas decidissem treinar no clube!

11.1. O Pedro decidiu criar turmas de forma equitativa quanto ao número e quanto ao género. Sobraram dois rapazes, que ficaram na última turma. Quantas turmas conseguiu criar?

11.2. Quantos rapazes e quantas raparigas estavam em cada uma das turmas?

11.3. Entretanto, apareceram mais três raparigas e três rapazes. Como ficaram as turmas?



12. O Pedro recebeu uma oferta de cones de uma loja de artigos desportivos. Decidiu que deveria guardá-los em nove caixas, sendo que previamente ensacou os cones. Cada caixa ficou com 10 sacos.

12.1. Sabendo que cada saco ficou com quatro cones, quantos cones recebeu?

12.2. Se cada saco contivesse oito cones, quantos cones teria recebido da loja de artigos desportivos?

**Estas folhas são tuas. Aproveita-as!**